ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
14. veljače 2012.

8. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1.Vrijedi $I = 10 + 2\cdot(-20+1)^2 - (-20)\cdot(4-3\cdot(-20)) =$

$= 10 + 2\cdot(-19)^2 - (-20)\cdot(4+60) =$ 1 BOD

$= 10 + 2\cdot 361 - (-20)\cdot 64 =$ 1 BOD

$= 10 + 722 + 1280 =$ 1 BOD

$= 2012$ 1 BOD

……………………………………………………………………………….... UKUPNO 4 BODA

2. S obzirom da je $\sqrt{3} < 3$ odnosno $\sqrt{3} - 3 < 0$, vrijedi $\sqrt{(\sqrt{3}-3)^2} = -(\sqrt{3}-3)$. 2 BODA

Dakle, $\sqrt{(\sqrt{3}-3)^2} - (\sqrt{3}-3) = -(\sqrt{3}-3) - (\sqrt{3}-3) = 6 - 2\sqrt{3}$. 2 BODA

…………………………………………………………………...………… UKUPNO 4 BODA

3. Ako točka A pripada pravcu p , onda vrijedi jednakost : y = $\frac{\sqrt{2}}{3}$ + $\sqrt{2}$ = $\frac{4\sqrt{2}}{3}$, pa su koordinate točke $A(-\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3})$. 2 BODA

Ako i točka B pripada pravcu p , onda vrijedi ova jednakost : $-\frac{\sqrt{2}}{3} = -x + \sqrt{2}$, pa je apscisa točke B broj $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. Dakle, koordinate su točke $B\,(\frac{4\sqrt{2}}{3}, -\frac{\sqrt{2}}{3})$. 2 BODA

……………………………………………………………………………... UKUPNO 4 BODA

4.Neka je $k = x_1 : 7 = x_2 : 3 = x_3 : 2 = x_4 : 5$. 1 BOD

Tada je $x_1 = 7k, x_2 = 3k, x_3 = 2k, x_4 = 5k$. 1 BOD

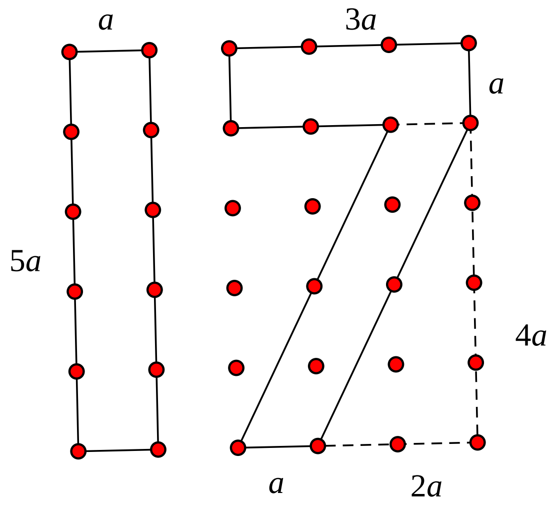
Vrijedi $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 49k^2 + 9k^2 + 4k^2 + 25k^2 = 87k^2$. 1 BOD

Dalje je $\frac{(7x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4)^2}{87} = \frac{(49k + 9k + 4k + 25k)^2}{87} = \frac{(87k)^2}{87} = \frac{87^2k^2}{87} = 87k^2$.

Time je tvrdnja dokazana. 1 BOD

……………………………………………………………………….... UKUPNO 4 BODA

5.



Površina je jednaka zbroju površina:
pravokutnika a x $5a$;
pravokutnika a x $3a$;
paralelograma stranice duljine a i visine na tu stranicu $4a$. 2 BODA

P = $a \cdot 5a + a \cdot 3a + a \cdot 4a = 5a^2 + 3a^2 + 4a^2 = 12a^2$ = 2028 cm^2 .

Slijedi $a^2 = 169$ odnosno $a = 13$ cm. 2 BODA

………………………………………………………………………………… UKUPNO 4 BODA

6. Kako je 15=3·5, onda broj $10^n + 5$ treba biti djeljiv i s 3 i s 5. 2 BODA

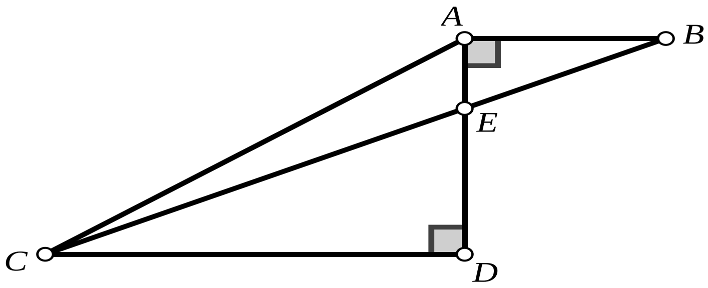
Broj 10^n u dekadskom zapisu ima 1 jedinicu i n nula. Zato je zbroj znamenaka broja $10^n + 5$ uvijek 6 što znači da je djeljiv s 3 za svaki prirodni broj n. 3 BODA

Znamenka jedinica broja $10^n + 5$ je uvijek 5 što znači da je djeljiv s 5 za svaki prirodni broj n.
3 BODA

Dakle, broj $10^n + 5$je djeljiv s 15 za svaki prirodni broj n. 2 BODA

…………………………………………………………………...……. UKUPNO 10 BODOVA

7.



U trokutu *AEC* dužina $\overline{CD}$ je visina na stranicu $\overline{AE}$, 1 BOD

tj. visina trokuta *AEC* na stranicu $\overline{AE}$ je duljine 9 cm. 1 BOD

Neka je $x = |AE|$.

Tada je $|ED| = 4 - x$. 1 BOD

Prema poučku K-K o sličnosti trokuti *BAE* i *CDE* su slični pa vrijedi 2 BODA

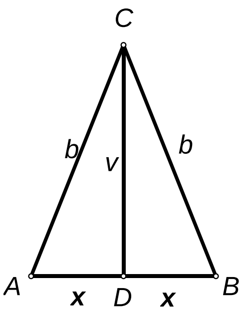
$|AE| : |ED| = |AB| : |CD|$ odnosno $x : (4 - x) = 1 : 3$. 2 BODA

Slijedi $x = 1$. 1 BOD

Dalje za površinu *P* trokuta *AEC* vrijedi $P = \frac{|AE| \cdot |CD|}{2} = \frac{1 \cdot 9}{2} = 4.5\ \text{cm}^2$. 2 BODA

………………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

8.



1 BOD

Uz oznake kao na slici vrijedi $2x + 2b = 50$, tj. $x + b = 25$ (cm). 1 BOD

Nadalje je $x + b + v = 40$ (cm), odakle je $v = 15$ (cm). 1 BOD

Primjenom Pitagorina poučka na pravokutni trokut *ACD* dobivamo:

$b^2 = v^2 + x^2$, tj. $(25 - x)^2 = 15^2 + x^2$. 2 BODA

Nadalje je $625 - 50x + x^2 = 225 + x^2$, odakle je $50x = 400$, 2 BODA

tj. $x = 8$ (cm), $a = 2x = 16$ (cm) i $b = 17$ (cm). 2 BODA

Površina trokuta *ABC* je $P = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 15 = 120\,(\text{cm}^2)$. 1 BOD

………………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA